

ARTIGO

Lógica e Linguagem no Ensino e Aprendizagem da Matemática

Logic and Language in the Teaching and Learning of Mathematics

Virgilinx Gustave¹

Instituto de Geociências da Universidade de Estado de Campinas, Brasil

virgilinx@gmail.com

Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior²

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil

valdomiro@unifesspa.edu.br

Ilgentche Appolon³

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil

appolonilgentche26@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem como objectivo destacar o papel da lógica e da linguagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. É de natureza qualitativa e se configura como um estudo bibliográfico, com a base teórica dos registos de representações semióticas de Raymond Duval. Este último desempenha um papel importante na transmissão e assimilação dos conhecimentos matemáticos, facilitando as diferentes operações que são realizadas através dos registos em relação aos diferentes tipos de linguagem, seja ela natural, aritmética, algébrica, gráfica ou figurativa. A pesquisa bibliográfica foi o método utilizado e permitiu realizar uma abordagem qualitativa sobre a relação entre lógica, linguagem e o ensino-aprendizagem da matemática. O estudo concluiu, entre vários aspectos, que para promover a aprendizagem da Matemática, os alunos devem ser capazes de manipular símbolos e expressões matemáticas adequadamente.

Palavras-Chave: Lógica, Linguagem matemática, Teoria dos registos de representações semióticas.

Abstract

This article aims to highlight the role of logic and language in the process of teaching and learning mathematics. It is qualitative in nature and takes the form of a bibliographic study, based on Raymond Duval's theory of semiotic representation registers. This theory plays an important role in the transmission and assimilation of mathematical knowledge, facilitating the different operations carried out through the registers in relation to different types of language, whether natural, arithmetic, algebraic, graphical, or figurative. The bibliographic research method was used, which allowed for a qualitative approach to the relationship between logic, language, and the teaching-learning of mathematics. The study concluded, among several aspects, that in order to promote the learning of mathematics, students must be able to manipulate symbols and mathematical expressions appropriately.

Keywords: Logic, Mathematical language, Theory of semiotic representation registers

¹Doutorando. Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências da Terra.

²Doutor. Professor Adjunto da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará.

³Doutorando. Programa de Pós-Graduação em Educação na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Introdução

A transversalidade e a omnipresença da Matemática em outros ramos do conhecimento fazem dela uma disciplina privilegiada no ensino e aprendizagem. Tal facto leva à intervenção de vários especialistas de didáctica, epistemologia, filosofia, educação, enfim, de todas as pessoas que trabalham neste campo do conhecimento na busca de métodos e ferramentas que garantam melhor qualidade do seu ensino e aprendizagem na escola, a fim de treinar cada aluno numa cultura matemática.

A reflexão sobre a alfabetização matemática, segundo OECD (2004,p.39), considera que:

A alfabetização matemática é a capacidade de um indivíduo de identificar e compreender o papel da matemática no mundo, de fazer julgamentos sólidos sobre ela e de se envolver em atividades matemáticas, como exigido para a vida como um cidadão construtivo, envolvido e reflexivo.

Segundo Bayenet (2005), a Matemática permite a compreensão de várias ciências, e, portanto, o mundo ao nosso redor. Ela ajuda-nos não só a conquistar o nosso ambiente, mas, também, a escolher entre o útil e o supérfluo, entre a verdade e a falsidade, entre o bem e o mal, em suma, a Matemática guia a razão esclarecendo-a pelo bom senso:

A matemática, em particular, é uma ferramenta fundamental para o progresso da humanidade. Antes de tudo, ela permite a inculcação de um espírito de racionalidade, pensamento lógico, um senso crítico de questionamento perpétuo e uma capacidade de ordenar a pleora de informações com que o indivíduo de amanhã será confrontado ainda mais do que o de hoje. A condição indispensável para que o homem encontre seu equilíbrio na sociedade é o domínio desta ferramenta matemática (Bayenet, 2005. p.9).

Dado o papel preponderante que a lógica e a linguagem desempenham na transmissão do conhecimento matemático, é importante levar esses dois aspectos em consideração no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Desde 1969, os diversos currículos mencionam a importância do ensino da lógica na aquisição do conhecimento. No mesmo ano, a linguagem dos conjuntos foi um objecto de aprendizagem que não aparece explicitamente nos programas subsequentes. No entanto, há uma importante característica comum em todos estes currículos: qualquer discussão sobre lógica matemática é excluída.

O estudo de várias formas de raciocínio e a necessidade de distinguir entre a implicação matemática e esta aquisição deve ser difundida ao longo do ano, quando as situações estudadas oferecem a oportunidade de o fazer e não de tratar a lógica em um capítulo específico (EDUSCOL, 2009).

Segundo Mesnil (2014), a Lógica Matemática pode ser usada para descrever certos fenómenos linguísticos encontrados na actividade matemática. A lógica na actividade matemática está inevitavelmente presente na aula de Matemática. O objectivo não é ensinar noções de Lógica Matemática, definindo objectos e dando certas propriedades, mas apresentar ferramentas que possam ajudar os alunos a aprender a linguagem e o raciocínio matemático.

Tanto a "lógica" quanto a "linguagem" desempenham um papel importante na compreensão e na matemática de um problema, na transição de um registo de representação para outro. Na maioria das vezes, o estudante entra em contacto primeiro com a língua natural, que é a língua materna. No caso em que o estudante apresente dificuldades em transformar o conteúdo da linguagem quotidiana em outro registo, seja algébrico, aritmético ou gráfico, poderá estar sujeito a um bloqueio na sua aprendizagem.

O presente artigo é baseado nos registos de representações semióticas de Raymond Duval. De acordo com Duval (2006), em matemática, um registo de representação semiótica só é interessante, na medida em que pode ser transformado em outro registo de representação. É somente na medida em que atendam a este requisito fundamental que as representações semióticas podem simbolizar algo real e racionalmente explorável, ou seja, tornar-se o meio de acesso a objectos de outra forma inacessíveis.

De acordo com Mesnil (2014), muitos professores de Matemática acham que os seus alunos têm dificuldade para se expressar e raciocinar. Contudo, a linguagem e o raciocínio são os dois pilares da lógica. A aplicação de ambos pode influenciar positivamente o ensino e a aprendizagem da Matemática. Isto adequa-se à pertinência de questionar o papel e a importância da lógica e da linguagem no ensino e na aprendizagem da Matemática. É importante esclarecer aqui o significado das palavras linguagem e lógica.

Segundo Rebière (2013), a palavra "linguagem" é usada no sentido geral da capacidade de homens e mulheres de se expressarem e de se comunicarem uns com os outros por meio da linguagem. Segundo Bronckart (2007), a palavra "linguagem" é vista aqui como um conjunto de palavras, um sistema de regras lexicais, gramaticais e sintácticas, um reservatório internalizado de sinais compartilhados por uma comunidade. A linguagem tem uma dimensão individual e social que são inseparáveis.

O dicionário Trésor de la Langue Française Informatisé (consultado on-line, vide referências bibliográficas) define a lógica como um substantivo feminino, uma ciência relativa aos processos de pensamento racional (indução, dedução, hipótese) e a formulação

discursiva das verdades. A palavra “matemática” como um substantivo feminino, como um conjunto de disciplinas que procedem de acordo com o método dedutivo e que estudam as propriedades dos seres abstratos, como números, figuras geométricas e as relações entre eles.

A lógica aqui definida não é vista apenas como uma ciência do raciocínio, mas também como uma ciência da linguagem. A intersecção destas duas definições mostra que, em Matemática, a lógica serviria assim para estudar o método dedutivo a partir do qual esta disciplina procede e a formulação discursiva de verdades que dizem respeito a seres abstratos, assim como as relações que existem entre eles.

Com base em Blanché (1970), retomado por Mesnil (2012), podemos resumir o papel da lógica. A lógica de Aristóteles, e em paralelo a dos Megáricos e depois a dos Estóicos, é vista como uma lógica a serviço do raciocínio. A partir de certos raciocínios básicos considerados óbvios, é uma questão de dar a si mesmo métodos para justificar a validade dos outros.

Do ponto de vista da linguagem, a lógica de Aristóteles é tradicionalmente descrita como uma lógica de termos, enquanto que a dos estóicos é uma lógica de proposições. É esta concepção da lógica como ciência do raciocínio que continua na tradição escolástica da Idade Média. Também é vista geralmente como uma das ciências da linguagem, ao lado da gramática e da retórica, que ensina como falar com verdade (Blanche, 1970).

De modo geral, cada grupo social desenvolve suas próprias práticas, incluindo práticas linguísticas. Essas práticas são relativamente estáveis, mas estão vivas, elas evoluem. Eles são, em certa medida, específicas de uma comunidade e mostram o que é aceitável dentro dela, validam a relevância das práticas colectivas e individuais e participam da construção do elo social, da coerência do grupo, das suas actividades e da sua maneira de pensar sobre o mundo (Rebiere, 2013).

A linguagem é uma ferramenta para construir, negociar e transformar as representações individuais (as do sujeito em questão, as das pessoas com quem ele interage). As práticas linguísticas são, portanto, um objecto de estudo particularmente sensível numa perspectiva de pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem de uma disciplina. Assim, os matemáticos têm uma certa forma de usar a linguagem, têm práticas e usos específicos. Podemos ver que as coisas podem ser ditas de muitas maneiras. Não há necessariamente uma única maneira de dizer algo. Não há necessidade de explicitar estas formas e de saber como descrevê-las, a maioria das regras estão implícitas (Hache, 2015).

Abordagens Didácticas

Estudar Matemática na escola obriga o aluno a saber manipular a linguagem natural e a linguagem matemática. Se o aluno não conseguir dominar as informações contidas na linguagem natural, é provável que tenha dificuldades em resolver certos problemas.

De acordo com Moise Leung (2020), a definição matemática está muito longe de ser uma definição de dicionário (descrição dos objectos ou conceitos referidos, esboços dos diferentes significados da palavra, lista de usos). A disciplina tem um léxico específico: algumas palavras ou expressões são encontradas apenas na linguagem natural em seu sentido matemático, como "bisseto", "coseno". Existem palavras na linguagem natural, tais como: "altura", "base", "meio", "centro" que são usadas de uma forma específica. Entretanto, em outros contextos, estas palavras têm um significado diferente. Por exemplo :

- **Meio nas ciências físicas e químicas:** uma substância na qual ocorre uma reacção ou fenómeno e que é caracterizada por certas propriedades (Ambiente ácido).
- **Meio em geografia é “Ambiente”:** todas as características naturais e humanas que influenciam a vida humana (Ambiente urbano).
- **Meio nas ciências da vida e da terra:** todos os factores físico-químicos e biológicos que actuam sobre uma célula, um ser vivo, uma espécie. (O deserto, a floresta, a montanha são ambientes nos quais vivem certas espécies).
- **Meio em matemática:** pode ser um "meio de um segmento" do segmento localizado a igual distância entre duas extremidades.

A observação feita é que uma palavra em linguagem natural pode ter múltiplos significados, dependendo dos seus recursos linguísticos e do contexto em que é utilizada. É necessário dominar as variantes do idioma em cada disciplina, o que facilitará o domínio do conteúdo.

Na passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, na mudança da escrita de uma expressão que está em extensão para compreensão, que se encontra muito frequentemente na teoria dos conjuntos ⁴, deve-se manipular tantos vocabulários,

⁴ A teoria do conjunto é um ramo da matemática, criado pelo matemático alemão Georg Cantor no final do século XIX. Ela toma como primitivas as noções de conjunto e de associação, a partir das

conectores e quantificadores lógicos (quantificadores universais ou existenciais) como "e", "ou", "a", "o", "com", "qualquer coisa", "se ...", "existe". Se tomarmos o caso do "OU", fazer a diferença entre o "OU" inclusivo e o exclusivo "OU" é um passo importante no compreensão textual, por exemplo, na declaração "Um número é par ou ímpar" o "OU" aqui é exclusivo porque um número não pode ser par e ímpar ao mesmo tempo, mas pode ser ou um ou outro. Na declaração "Um estudante é punido se ele ou ela for falador ou preguiçoso" aqui o "OU" é inclusivo porque o estudante pode ser punido se ele ou ela for falador e preguiçoso, ambos os fatos podem ocorrer. Na verdade, a compreensão da língua é um ponto de partida na actividade matemática. Se o estudante tiver dificuldades de entender as informações matemáticas contidas no caso da linguagem natural, poderá não ser possível atingir os objectivos da aprendizagem.

Duval (2006), afirma que a influência do pensamento de Vygotsky havia enfatizado, contra as explicações de Piaget, a importância da linguagem através de suas três modalidades de expressão - interior, oral e escrita, no desenvolvimento do pensamento da criança. Uma palavra pode ter um significado quando é isolada, porém em uma proposta matemática ela tem um significado diferente, isto acontece em muitas áreas.

Em linguagem natural algumas palavras são usadas como advérbios, determinantes, conjunções, preposições, ou formas verbais como são usadas em casos específicos. Como no uso diário, algumas palavras como "ponto", "linha", "número", "número relativo", "ângulo" são manipuladas em matemática antes de corresponderem a uma definição matemática.

A matemática não é apenas uma linguagem única e linear, mas sim uma combinação. A primeira é natural ou habitual, na qual as actividades matemáticas usarão como prioridade os vectores e canais da língua natural ou língua materna tanto na transmissão de conhecimentos como na apresentação de trabalhos ou produções dos alunos. A segunda é simbólica e gráfica, que utiliza diferentes formas de expressão como números, símbolos, tabelas, diagramas ou figuras.

Segundo Condillac (1982), em matemática, uma representação só é interessante na medida em que pode ser transformada em outra representação. Um sinal só é interessante se puder ser substituído por outros sinais a fim de realizar operações. Portanto, não são as representações que são importantes, mas as transformações das representações. Esta

quais reconstrói os objectos habituais da matemática: funções, relações, inteiros naturais e relativos, racionalidades, números reais, complexos.

exigência levou ao desenvolvimento de um simbolismo específico em matemática, com a representação de números, com álgebra, com a análise.

De acordo com Duval (2017), o registo da linguagem natural é necessário para colocar problemas aritméticos, ou para dar instrução de uma actividade de contagem, ou o objectivo da actividade. Por outro lado, a solução do problema requer a mudança para um ou dois outros registos. Passando do uso de um registo de representação desde a linguagem natural para uma representação que seja aritmética, numérica, gráfica ou figurativa que desenvolve uma certa habilidade no aluno no domínio do conteúdo e na manipulação de objectos matemáticos.

Duval (1993) caracteriza um sistema semiótico, um registo, como um sistema de representação. Segundo o autor, para que um sistema seja um registo representativo, deverá permitir as três actividades cognitivas relacionadas à semiose:

- A formação de uma representação identificável.
- O processamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registo em que ela foi formada. O cálculo é, por exemplo, uma forma de processamento de escritos simbólicos.
- A conversão de uma representação é a transformação dessa representação em uma representação de outro registo, preservando todo ou apenas parte do conteúdo da representação inicial. Por exemplo, a conversão da escrita decimal para a escrita fraccionária.

Metodologia

Para o presente artigo, o método é particularmente relevante no contexto da síntese e análise de informações de várias fontes, como livros, artigos científicos e publicações académicas.

Resultados e Discussões

A análise da lógica e linguagem no ensino e aprendizagem da Matemática levou em consideração a nossa experiência e a produção discursiva motivada por perguntas complementares, delineando blocos temáticos. Tal exercício possibilitou a identificação de eixos interpretativos com base na teoria do registo de representação semiótica desenvolvida pelo filósofo francês Duval(1993).

As diferentes operações realizadas nos registos semióticos desenvolvem no aluno uma certa capacidade de dominar diferentes tipos de linguagem. Seja em álgebra, passando da afirmação para os escritos algébricos, seja em análise, passando da função para as representações gráficas, seja em teoria, passando da linguagem natural para os escritos matemáticos, seja da escrita em extensão para a escrita em compreensão, etc.

Como **Exemplo 1**, tomemos estas duas representações em registos diferentes, com base na teoria de Duval. Aqui é uma conversão do registo natural em dois registos diferentes.

Registo natural

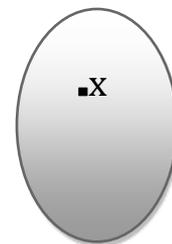
Registo simbólico

Registo figurativo

1.- X pertence a E

$X \in E$

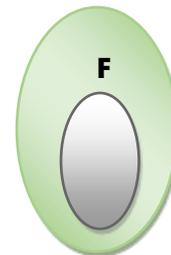
E



2.- F incluído em E

$F \subseteq E$

E



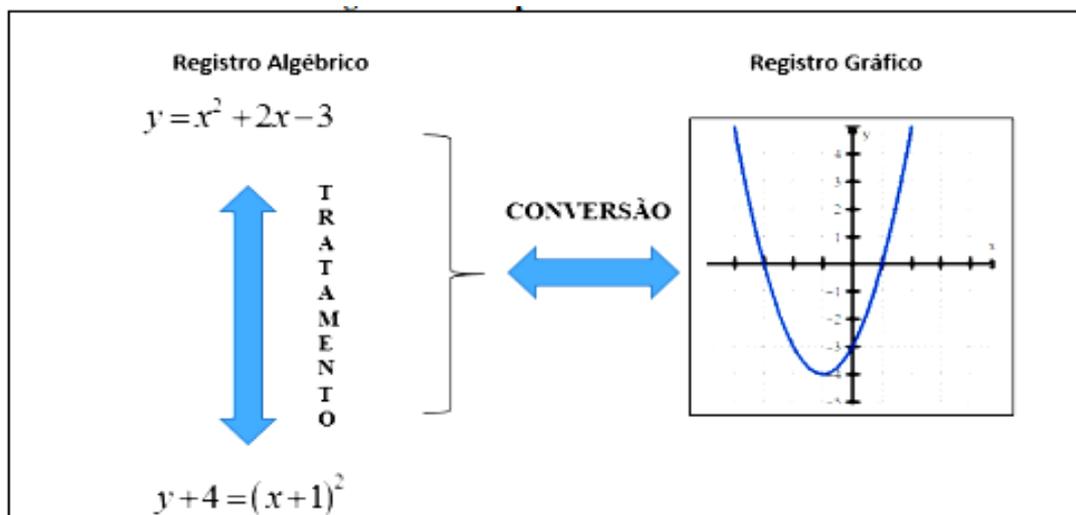
Fonte: Autor, baseado na teoria de R. Duval.

Exemplo 2 : Neste exemplo, a expressão é escrita em linguagem natural, uma conversão a transformou em linguagem simbólica. Para qualquer número real, existe pelo menos um número natural N maior ou igual a X .

$$\forall X \in \mathbf{R}, \exists N \in \mathbf{N}, N \geq X.$$

Exemplo 3:

Figura 1: Exemplo de Tratamento e Conversão



Fonte: Denardi, 2017

Segundo Moise Leung (2020), fazer matemática envolve manipular objectos específicos da disciplina, propriedades desses objectos, relações entre objectos e provas dessas propriedades e relações.

Estes objectos são fundamentalmente abstractos, por exemplo, não se pode mostrar uma linha recta e um triângulo, por isso, são manipulados através de suas representações e especialmente através da linguagem. Além disso, a manipulação de variáveis é parte da actividade matemática, e esta manipulação (introdução de variáveis, formulação de quantificações universais ou existenciais) não é natural na linguagem quotidiana. Na matemática, vários registos são utilizados para designar objectos ou suas propriedades. De facto, os registos simbólicos (números, letras, sinais operacionais) e os registos gráficos (o desenho em geometria, gráficos cartesianos, tabelas) são articulados com a linguagem natural (do ponto de vista lexical, mas também do ponto de vista gramatical e sintáctico). Todos estes registos caracterizam as práticas linguísticas dos matemáticos. Por exemplo, para falar de linhas rectas paralelas entre si (denotadas pelas letras D e D'), podemos descrever a situação, dizendo que D e D' são paralelas entre si, caso contrário podemos dizer que D é paralelo a D' ou mais simplesmente $D \parallel D'$, no caso de duas linhas perpendiculares também podemos fazer uma figura codificada do tipo \perp .

Como os objectos matemáticos são abstractos, as suas definições, propriedades e provas de tais propriedades têm uma forte dimensão formal. É por isso que uma mistura de expressões formalizadas (possivelmente de forma simbólica por escrito, mas também

através do uso normalizado da linguagem) e expressões da linguagem quotidiana é utilizada nas práticas linguísticas dos matemáticos. Portanto, é extremamente difícil para os estudantes reconhecer e reconstruir os elementos desta mistura. Sendo assim, existe uma interação cognitiva para o estudante entre pensar, trocar, intuir, conjecturar, explorar, elaborar provas, por um lado, e rigor, formalismo e prova, por outro. Por exemplo, quando pretendemos dizer que um número é par, há várias maneiras de dizê-lo: "n é par", "n é divisível por 2", "n é um múltiplo de 2", ou "n está na tabela de multiplicação de 2", ou "2 divide n", ou mesmo "2 é um divisor de n".

Além disso, uma das principais características dos usos da linguagem matemática está relacionada com a concisão procurada. Por exemplo, a propriedade "As diagonais de um paralelogramo se cruzam em seu ponto médio" deve ser reformulada para tornar explícitas as relações que ela descreve. Deve-se deixar claro que as diagonais de um paralelogramo têm um ponto de intersecção, que cada uma delas tem um ponto médio e que o ponto médio de cada diagonal e o ponto de intersecção das diagonais são os mesmos.

Considerações Finais

O presente estudo exploratório destaca as diferentes marcações quanto a lógica e linguagem na escola. Entendemos que ensinar Matemática é capacitar os actores educacionais, buscando maneiras de tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz. Dado o papel desempenhado pela linguagem e pela lógica na construção e na transmissão do conhecimento matemático de acordo com Blanche (1970), Eduscol (2009), Hache (2015), é importante enfatizá-los. O primeiro contacto do aluno com a língua natural (língua materna) em matemática é frequentemente considerado como o registo da língua natural de acordo com a teoria de Raymond Duval de registos de representações semióticas. Aqui, o aluno, às vezes, encontra certas ambiguidades na transformação da linguagem natural em linguagem matemática, na manipulação de quantificadores e/ou conectores lógicos de uma proposta.

Para promover a aprendizagem da Matemática, os alunos devem ser capazes de verbalizar coerentemente, manipular símbolos e expressões matemáticas adequadamente, converter informações relevantes de uma declaração de problema e ser capazes de passar de uma representação de um objecto matemático para outra, que a maioria dos alunos ainda não aprendeu. A teoria dos registos de representações semióticas (TRRS) de Raymond Duval é interessante na medida em que pode ser transformado em outro registo de representação. Nesta operação, o aluno terá que fazer alterações de registos com o mesmo objecto matemático, transferindo-o para registos diferentes, o que levará a sua capacidade e desenvolverá sua compreensão.

Referências bibliográficas

- Blanché, R. (1970). *La logique et son histoire*. Paris: Armand Colin.
- Condillac, E. (1979). *La langue des Calculs*. Lille: Presses universitaires de Lille.
- Deledicq, A. *Mathématiques 4ème*. Paris: Cédic.
- Conseil Canadien sur l'Apprentissage. *Carnet du savoir*. (2005). *Spécial les étudiants possèdent-ils les compétences de base en écriture et en mathématiques dont ils ont besoin au moment de leur arrivée à l'université?*
- Dictionnaire. *Trésor de la langue française informatisé (accédé en ligne)*. (s.d.). Obtenido de stella.atilf.fr/Dendien/scripts/tlfiv5/advanced.exe?8;s=3074976405;
- Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. En *Annales de didactique et de sciences cognitives* (págs. 37-65).
- Duval, R. (2006). *Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques*. En *Actes du XXXII e colloque COPIRELEM* (págs. 67-89).
- Duval, R. (2017). *Comment apprendre à comprendre les mathématiques?* *International Journal of Studies in Mathematics Education*, 10, 114-122.
- Hache, C. (2015). *Pratiques langagières des mathématiciens, une étude de cas avec "avec"*. Petit x.
- Maurice, B. D. (2004). *L'apprentissage de la mathématique*. Parlement de la Communauté française. Obtenido de <http://www.uvgt.net/rapportmathbis.pdf>.
- Mesnil, Z. (Jun de 2014). *Logique et langage dans la classe de mathématiques et la formation*. 21ème Colloque de la CORFEM. Grenoble, France. Obtenido de <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01570177>. 2014
- Moise, L. (2020). *Mathématiques et Illettrisme : comprendre et prévenir l'innumérisme. Mémoire de master 2 sur les métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*. La Réunion: Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Université de la R.
- OCDE. (2003). *Apprendre aujourd'hui, réussir demain. Premiers résultats de PISA*. Obtenido de Sur le site www.pisa.oecd.org
- Rebiere, M. (2013). *S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ?* En Bronner, & et al, *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Ronckart, J. (2007). *L'activité langagière, la langue et le signe, comme organisateurs du développement humain*. *Langage et société*, 121/122, págs. 57-68.

Recebido em 02 de Abril de 2023
Aceite em 09 de Setembro de 2024



Este artigo está licenciado sob a licença: [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Ao submeter o manuscrito o autor está ciente de que os direitos de autor passam para a Revista Científica do ISCED-Huíla.